

M A T E R I A
T E N T A M I N I S
P U B L I C I,

Q U O D

EX ANNI HUIUS SCHOLASTICI
PRÆLECTIONIBUS MATHEMATICIS

I N

A C A D E M I A B U D E N S I

S U B I B I T

ERUDITUS, ac PERDOCTUS DOMINUS
FRANCISCUS CZILICH

Hungarus Budensis, Philosophiæ in primum annum Auditor.

ANNO M D C C L X I X.



BUDÆ, typis Leopoldi Francisci Landerer.

M A T H E M A T I C A
 T H E O R E T I C A
 P A R T I C U L A R I T A T I S
 A C A D E M I A B U D A P E S T I N S I S
 E R U D I T I S A C T I O N I S
 F R A N C I S C U S C O L L I N I C H
 I n s t a u t u r B u d a p e s t i n s i s
 A N N O M D C C L X X





EX ALGEBRA.

DE PRIMIS QUANTITATUM CALCULIS, ET EARUM POTENTIIS.

QUÆSTIONES.

Quid Algebra? quibus signis utitur? quid, & quotuplex quantitas? quid quantitas positiva, negativa, complexa, implexa, homogenea, heterogenea? quid numerus? quid summa, differentia, factores, factum, quotus? quid numeratio, additio, subtractio, multiplicatio, divisio? quid fractio? quæ propria, impropria? quid coëfficiens, exponens? quæ leges singularum operationum? quid potentia, quadratum, cubus, radix? quid radix rationalium, irrationalium, imaginaria, sive impossibilis?

THEOREMATA.

I. Additionem rite peractam ostendit subtractio, hanc additio.
 II. In multiplicatione, & divisione signa æqualia dant factum, vel quotum positivum, inæqualia negativum. III. Si manente eodem denominatore crescat numerator, valor fractionis augetur; manente contra denominatore si crescat denominator, valor fractionis minuitur. IV. Valor fractionis non mutatur, si tam numerator, quam denominator per eandem quantitatem multiplicetur, aut dividatur. V. Potentia negativa habens exponentem numerum parem habet radicem imaginariam. VI. Potentia habens exponentem zerum æquatur unitati. VII. Potentia, cujus exponens est fractio positiva, æquatur radici, habenti pro exponente illius fractionis denominatorem, de potentia, cujus exponens est ejusdem fractionis numerator.

PROBLEMAT A.

I. Números quosvis, aut quantitates Algebraicas integras, & fractas enunciare, addere & subtrahere, multiplicare, dividere, & factam legitime operationem comprobare. II. Fractionis cujusvis valorem in data specie determinare. III. Fractionem ope divisionis in seriem infinitam redigere. IV. Potentiam quamvis monomiam, aut radicem polynomiam ad potentiam dati exponentis evehere. V. Quadratum incompletum complere. VI. Radicem quadratam, aut cubicam e data potentia perfecta extrahere.

DE PROBLEMATIS, ET ÆQUATIONIBUS.

QUÆSTIONES.

Quid Analysis? quid Problema, ejusque conditiones? quid Problema determinatum, indeterminatum, plusquam determinatum? quid æquatio simplex, affecta, primi, secundi, tertii gradus? quæ sunt leges, ut datum problema ad suas æquationes reducatur? quæ leges observandæ in resolutione æquationum?

THEOREMAT A.

I. Quivis æquationis terminus ex uno membro in aliud transponi potest cum signo contrario retenta membrorum æqualitate. II. Si quis terminus æquationis per aliquam quantitatem est multiplicatus, possunt alii utrinque per eandem retenta æqualitate dividi, & illa in termino illo deleri; aut si est divisus, possunt reliqui multiplicari, & ea ibi rursus deleri. III. Potest utrumque æquationis membrum retenta æqualitate ad eandem potentiam evehi, aut ex utroque membro eadem radix extrahi.

PROBLEMA.

Resolvere Problemata determinata, in quibus una, aut plures occurrunt quantitates incognitæ.

DE QUANTITATUM RELATIONIBUS.

QUÆSTIONES.

Quid, & quotuplex ratio? quid ratio Arithmetica, Geometrica, simplex, composita, directa, reciproca, duplicata, triplicata, subduplicata, subtriplicata? quid rationis antecedens, consequens? quid exponens? quid proportio Arithmetica, Geometrica, continua, discreta? quid progressio Arithmetica, Geometrica? quid regula aurea, simplex, composita, directa, inversa? quid regula societatis?

THEO

T H E O R E M A T A.

I. Rationes reciprocae in directas converti possunt mutato, aut etiam retento ordine terminorum. II. Si rationis geometricae antecedens, & consequens per eandem quantitatem multiplicetur, aut dividatur, ratio non mutatur. III. Ratio duplicata, seu e duabus aequalibus orta, aequatur rationi, quam habent quadrata terminorum rationum componentium; Ratio vero triplicata aequatur rationi, quam habent cubi terminorum rationum componentium. IV. In proportionem Arithmetica summa extremorum summae mediorum, in proportionem Geometrica factum extremorum aequale est facto mediorum. V. Si duo quavis facta aequalia fuerint, factores erunt reciproce proportionales. VI. Termini quatuor proportionales varias admittunt collocationes manente utrinque eodem exponente. VII. Radicum proportionalium quavis ejusdem gradus potentiae proportionales sunt, & proportionalium potentiarum quavis ejusdem gradus radices proportionales sunt. VIII. In terminis continue proportionalibus est primus eorum ad quemlibet alium, ut primus, & secundus elevati ad eam potentiam, quam designat duorum illorum distantia.

P R O B L E M A T A.

Datis duobus terminis tertium, aut inter duos datos medium, aut datis tribus quartum Arithmetice, aut Geometricae proportionalem invenire. II. Proportionem quamvis retenta rationum aequalitate permutare. III. Duo quavis facta aequalia in proportionem resolvere. IV. Problemata regulae societatis, vel regulae aureae simplicis, aut compositae directae solvere.

D E L O G A R I T H M I S.

Q U A E S T I O N E S.

Quid Logarithmi? quis eorum usus, quae Characteristica?

T H E O R E M A T A.

I. Si Logarithmi, quos factores habent, in unam summam contrahantur, habebitur Logarithmus facti. II. Si Logarithmus divisoris subtrahatur a Logarithmo dividendi, obtinetur Logarithmus quoti. III. Si Logarithmus radice datae ducatur in exponentem potentiae quaesitae, obtinetur Logarithmus ejusdem potentiae.

IV. Si Logarithmus potentiae datae dividatur per exponentem radicis datum, habetur Logarithmus ejusdem radicis.

PROBLEMA.

I. Ope Logarithmorum quantitates datas multiplicare, aut dividere, ad potentiam dati exponentis elevare, vel radicem datam ex potentiis extrahere.

EX GEOMETRIA.

DE LINEIS AD SE, ET AD CIRCULUM COMPARATIS.

QUAESTIONES.

Quid Geometria? quid punctum? quid linea? quae lineae origo? quid linea recta, curva, perpendicularis, parallela, tangens? quid circulus? quomodo nascitur? quid periphæria? in quas partes dividitur? quid centrum, radius, diameter, arcus, chorda, sector, segmentum circuli? quid angulus, & quotuplex? quid angulus rectus, obtusus, acutus? quid anguli contigui, verticales, alterni? quae angulorum mensura?

THEOREMATA.

I. Linea recta est omnium brevissima, quae inter data duo puncta duci possunt, unde ab uno puncto ad aliud nonnisi unica recta duci potest. II. Anguli contigui, quos recta rectae insitens utrinque facit, sunt aequales duobus rectis; quare uno contiguum noto innotescit alter. III. Omnes anguli, qui circa idem punctum esse possunt, aquantur quatuor rectis. IV. Si recta rectam secet, anguli verticales aequales erunt. V. Si recta quæpiam ita insistat rectae, ut duo illius puncta a duobus hujus punctis aequaliter distent, erit illa ad hanc perpendicularis. VI. Si e puncto quopiam supra rectam assumpto demittatur perpendicularis ad eandem, erit illa omnium rectarum brevissima, quae ex eodem puncto ad eandem rectam demittentur. VII. Radius ad tangentem circuli ductus est perpendicularis; & vicissim si radius ad rectam est perpendicularis, recta circum tanget in unico puncto. VIII. Si duas parallelas secet recta quævis, erit imo angulus internus aequalis externo ad eandem partem; 2do. erunt anguli alterni aequales; 3tio. anguli interni ad eandem partem erunt aequales duobus rectis. IX. Chordae aequales in eodem, aut aequalibus circulis aequales arcus subtendunt. X. Angulus intra tan-

gen-

gentem circuli, & chordam interceptus ad peripheriam habet pro mensura dimidium arcus a chorda eadem subtenſi. XI. Angulus intra duas chordas ad peripheriam comprehenſus habet mensuram dimidium arcus, cui crura inſiſtunt. Unde angulus ad centrum eſt duplus anguli ad peripheriam eidem arcui inſiſtentis. XII. Chordæ parallelæ in eodem circulo, vel tangens chordæ parallela æquales arcus intercipiunt. XIII. Angulus, qui in periphèria ſit a chorda, & alia circum ſecante recta, habet pro mensura ſemiſummam arcuum ab eadem chorda, & a latere ſecantis producto ſubtenſorum. XIV. Angulus, cujus vertex eſt intra circuli peripheriam extra centrum, habet pro mensura ſemiſummam arcuum a lateribus productis interceptorum. XV. Angulus, cujus vertex eſt extra circuli peripheriam, habet pro mensura ſemidifferentiam arcuum a lateribus interceptorum.

PROBLEMAT A.

I. Rectam finitam, angulum, arcum biſecare. II. E dato rectæ puncto perpendicularẽ erigere, aut ex dato puncto ad rectam perpendicularẽ demittere in charta, aut campo. III. Per data tria puncta non in directum ſita circum ducere, aut dati circuli centrum invenire, aut datum arcum circuli continuare. IV. Datæ rectæ parallelam ducere per datum punctum. V. Ad datum in periphèria circuli punctum tangentẽ ducere, aut ex dato puncto tangentẽ ad circum ducere.

DE LINEIS RECTIS, QUATENUS SPATIUM CLAUDUNT.

Q U Æ S T I O N E S.

Quid figura, ſeu polygonum? quod polygonum regulare, quod irregulare? quid triangulum, & quotuplex? quid triangulum iſoſceles, æquilaterum, ſcalenum, rectangulum? quid hypotenufa, catheti? quid parallelogrammum? quid quadratum, rhombus, rhomboides, trapezium? quid diagonalis, baſis, altitudo parallelogrammorum, aut triangulorum? quibus menſuris utuntur Geometræ in determinandis longitudinibus, ſpatiis, angulis? quid orgia, pes, pollex, linea? quid orgia quadrata, pes quadratus? quid circinus, regula, norma? quid menſa Prætoriana, inſtrumentum goniometricum? quid dioptra, libella, libellatio? quid parallelifmus, transportatorium, ſcala geometrica? quid ichnographia?

T H E O R E M A T A.

I. In quovis triangulo tres anguli ſimul ſumpti æquantur duobus rectis; quodcunque autem latus trianguli producat, angulus externus

ternus erit æqualis duobus internis oppositis. II. In quovis triangulo majori angulo latus majus, minori minus opponitur; unde si in triangulo duo anguli æquales fuerint, latera iis opposita erunt æqualia. III. Si in duobus triangulis duo latera cum intercepto angulo fuerint æqualia, aut unum latus cum adjacentibus duobus angulis æquale, aut omnia tria latera æqualia, tota triangula erunt æqualia. IV. Si duo triangula fuerint similia, minusque majori sic imponatur, ut angulo æquali cum æquali congruente latera cadant supra latera homologa, erit latus tertium tertio parallelum. V. In quavis figura quadrilatera 1. Si latera opposita fuerint parallela, erunt æqualia. 2. Si æqualia fuerint, erunt eadem parallela. 3. Si bina opposita æqualia, & parallela fuerint, etiam alia bina æqualia, & parallela erunt. VI. Parallelogramma super eadem basi, & intra easdem parallelas constituta sunt æqualia, & quia diagonalis quodvis parallelogrammum dividit in duo triangula æqualia, etiam triangula super eadem basi, & intra easdem parallelas constituta erunt æqualia. VII. Quod si autem duo triangula ejusdem fuerint altitudinis super diversa basi, erunt ea ad invicem, ut bases. VIII. In quovis polygono summa omnium angulorum, quos latera comprehendunt, æquatur bis tot rectis, quot sunt latera, demptis quatuor.

P R O B L E M A T A.

I. Altitudinem accessam ope umbræ, aut instrumentorum metiri. II. Metiri distantiam duorum locorum, quorum unus duntaxat, aut uterque accedi, at intervallum permeari recta non potest. III. Figuram quamvis rectilineam in æquale triangulum transformare, ipsum vero triangulum in quocunque partes æquales dividere.

DE LINEARUM PROPORTIONIBUS, ET FIGURARUM SIMILITUDINIBUS.

Q U Æ S T I O N E S.

Quid proportio linearum? quæ figuræ similes, quæ dissimiles? quæ æquales? quid latera homologa in figuris similibus?

T H E O R E M A T A.

I. Si in triangulo cuiusdam lateri ducatur parallela, secabit hæc reliqua trianguli latera proportionaliter; ac vicissim si recta quæpiam secet duo trianguli latera proportionaliter, erit ea tertio lateri parallel-

rallela; unde in triangulis similibus latera homologa semper sunt proportionalia. II. Recta, quæ angulum quempiam trianguli bifariam secat, dividit latus eidem angulo oppositum in partes lateribus adjacentibus proportionales. III. Segmenta chordarum, in circulo se se utcumque interfecantium, sunt reciproce proportionalia, adeoque factum ex unius chordæ segmentis æquatur facto ex alterius chordæ segmentis. Hinc si una chordarum sit diameter, altera perpendicularis ad diametrum, erit hæc media proportionalis inter partes diametri. IV. Segmenta secantium ex eodem extra circulum puncto ad partem circuli concavam ductarum sunt totis secantibus reciproce proportionalia. V. Si duæ rectæ ex eodem puncto ducantur, quarum altera secet, altera tangat circulum, erit tangens media proportionalis intra totam secantem, & ejus segmentum extra circulum situm. VI. Perpendicularis ex angulo recto trianguli rectanguli ad hypotenusam demissa dividit triangulum in duo triangula inter se, & tota similia. VII. In quovis triangulo quadratum hypotenusæ est æquale quadratis cathetorum. VIII. Polygona similia per diagonales, ex angulis æqualibus, ac similiter positis ductas, resolvuntur in totidem triangula similia, & vicissim polygona sunt similia, si constent totidem triangulis similibus. IX. Perimetri polygonorum regularium totidem laterum sunt ut radii circulorum ipsis circumscriptorum, quare etiam peripheriæ circulorum sunt in ratione radiorum.

P R O B L E M A T A.

I. Datis tribus lineis quartam, aut duabus tertiam, aut inter duas datas mediam proportionalem invenire. II. Datam rectam media, & extrema ratione secare, sive ita ut pars major sit media proportionalis intra totam rectam, & minorem partem. III. Datis quocunque quadratis unum æquale, aut differentię duorum quadratorum æquale construere. IV. Dato cuivis polygono, ut areæ campestri, aliud simile construere.

D E S U P E R F I C I E B U S.

Q U Æ S T I O N E S.

Quid superficies, vel area? quo pacto generatur? quid mensura superficiei? quid quadratura circuli?

T H E O R E M A T A.

Superficies cujusvis parallelogrammi æqualis est facto ex basi in altitudinem; trianguli vero ex dimidia basi in altitudinem. II. Areæ
B
quo-

quorumvis parallelogrammorum, triangulorum sunt in ratione composita basium, & altitudinum; si altitudines æquales, in ratione basium; si hæ æquales, in ratione altitudinum. III. Si duo parallelogramma, aut triangula habeant bases reciproce proportionales altitudinibus, áreas habent æquales. IV. Areas quorumvis parallelogrammorum, aut polygonorum similium sunt ut quadrata quorumvis laterum homologorum. V. Superficies polygoni regularis æquatur facto ex dimidia perimetro in perpendicularum ex centro in latus polygoni demissum, & area circuli facto ex radio in dimidiam peripheriam. VI. Areas circulorum, & polygonorum similium sunt ut quadrata radiorum, quibus descripti circuli, aut quibus polygonis circumscripti sunt circuli.

PROBLEMAT A.

I. Dato cuiusvis parallelogrammo, triangulo, aut figuræ rectilineæ æquale quadratum construere. II. Data circuli peripheria, radio quadratum æquale circulo construere. III. Data diametro peripheriam circuli, & inde aream invenire.

DE SOLIDIS.

Q U Æ S T I O N E S.

Quid solidum, vel corpus? quæ solidi genesis? quid angulus solidus? quot anguli plani ad constituendum angulum solidum necessarii? quid polyedron regulare, irregulare? quot, & quæ polyedra regularia? quid prisma, parallelepipedum, cylinder, pyramis, conus rectus, obliquus, truncatus? quid sphaera? quo pacto nascitur.

T H E O R E M A T A.

I. Quinque tantum possunt haberi polyedra regularia, tria nimirum terminata triangulis æquilateris, unum quadratis, unum pentagonis. II. Superficies cuiusvis prismatis, vel cylindri, seclusis basibus est factum ex perimetro baseos, seu polygoni generantis in altitudinem. III. Soliditas prismatis, vel cylindri æquatur facto ex basi, seu polygono generante in altitudinem. IV. Superficies coni recti, aut pyramidis rectæ dempta basi æquatur facto ex semiperimetro baseos in rectam e vertice ad perimetrum baseos perpendiculari, quæ in cono est latus coni. V. Superficies coni truncati, aut pyramidis truncatæ demptis basibus æquatur facto ex semisumma perimetrorum basium in perpendicularum, intra duarum basium perimetrum inter-

interceptum. VI. Soliditas cujusvis pyramidis, aut coni æquatur facto ex basi in tertiam partem altitudinis. Unde pyramis est tertia pars prismatis, conus tertia pars cylindri eandem basim, & altitudinem habentis. VII. Superficies sphaeræ æquatur facto ex periphæria circuli maximi in diametrum. VIII. Soliditas sphaeræ æquatur tertiæ parti facti ex ejusdem superficie in radium; quare sphaera æqualis est pyramidi, aut cono, cujus altitudo radius est sphaeræ, basis vero sphaeræ superficies.

P R O B L E M A T A.

I. Quinque regularium corporum superficiem invenire, & soliditatem. II. Prismatis, cylindri, pyramidis, coni, parallelepipedii superficiem, ac soliditatem invenire. III. Metiri murorum soliditatem, conclavium, vasorum cylindricorum, aut conicorum capacitatem. IV. Data diametro superficiem, soliditatem sphaeræ, uti Solis, Terræ, ac Lunæ invenire.

E X T R I G O N O M E T R I A.

Q U Æ S T I O N E S.

Quid Trigonometria, & quotuplex? quid functiones? quid sinus rectus, versus, sinus totus, tangens, secans, cosinus, cotangens, cosecans? quid complementum arcus, vel anguli, quid supplementum? quid tabula sinuum, tangentium? quis earum usus?

T H E O R E M A T A.

I. Duo anguli deinceps positi eosdem habent sinus rectos, tangentes, secantes. II. Sinus rectus est dimidium chordæ arcus dupli; quare sinus rectus anguli 30° est æqualis radio dimidio; sinus vero arcus 90° , seu anguli recti maximus est, ipsique radio æqualis. III. Tangens anguli 45° æquatur radio. IV. In quovis triangulo latera sunt, ut sinus angulorum oppositorum. V. In triangulo rectangulo si hypotenusa sumatur pro radio, catheti sunt sinus angulorum iisdem oppositorum; si una cathetorum sumatur pro radio, altera erit tangens anguli sibi oppositi. VI. In quovis triangulo summa duorum laterum est ad eorundem differentiam, ut tangens semisummæ angulorum iisdem oppositorum ad tangentem semidifferentiæ eorundem angulorum. VII. Si in triangulo quovis in latus maximum demittatur ex angulo-

angulo opposito perpendicularis , erit latus maximum ad summam reliquorum , ut differentia eorundem reliquorum ad differentiam segmentorum baseos.

P R O B L E M A T A.

I. Datis in Triangulo rectangulo cathetis , aut hypotenusa cum una catheto , aut data catheto cum adjacentente angulo acuto , invenire reliquas trianguli partes. II. In triangulo non rectangulo datis duobus lateribus cum angulo uni eorum opposito , aut dato latere cum adjacentibus angulis , aut datis duobus lateribus cum angulo intercepto reliquas trianguli partes determinare. III. Distantias , & altitudines seu accessas , seu inaccessas ope trigonometriæ dimetiri. IV.

Exhibere , quomodo regni , aut provinciæ ichnographia ope trigonometriæ perfici possit.

O A. M. D. G.

